

# The application of a geometrical theorem of Khayyam in the drawing of Chahartoranj motif

DOI: 10.22034/jivsa.2022.354216.1025

/ Akbar Zamani Lanjani<sup>1</sup>

## Abstract

One of the interesting and controversial arrays in mathematics is geometry, which is closely related to the geometry of motifs in Iranian art. The synchronicity of the use of geometry in the drawing of the widely used geometry motifs in Iranian architectural arrays is such that it seems that the foundation of traditional Iranian arts was based on it. Among the most important theorists in this field is Hakim Omar Khayyam Neyshaburi, a prominent philosopher and mathematician of the Seljuk period. One of his most important works can be considered a treatise on solving cubic equations and his studies on Euclid's fifth principle in the history of science.

This research aims to solve the third degree equation obtained from Khayyam's geometrical theorem and by introducing the ruler (Mestarah), how to draw Chahartoranj motif. Toranj is one of the ancient Islamic and Iranian motifs used to decorate works. This pattern is usually rhombus or almond-shaped; sometimes it is square or oval, and often placed in the middle of the background, and the inside is filled with leaves, flowers, slime designs, or images of animals and humans. When this pattern is repeated four times side by side, it becomes a Chahartoranj. The aim of the current research is to use the analytical descriptive method to study the use of Khayyam's calligraphy in drawing Chahartoranj and the importance of this motif in the history of visual and applied arts of Iran as well as the use of Chahartoranj images in architectural arrays, especially in Explain tiling.

**Keywords:** geometric theorem, pattern geometry, Chahartoranj motif, Khayyam's ruler



Document Type:

Research Article

Received: 08.05.2022

Accepted: 09.08.2022

<sup>1</sup>Independent researcher in the geometry of Islamic motifs, Mathematics Teacher in Isfahan Education Department. Isfahan, Iran

Zamani\_eff@yahoo.com

# کاربرد یک قضیه هندسی از خیام در ترسیم نقش چهارترنج

DOI: 10.22034/jivsa.2022.354216.1025

اکبر زمانی لنجانی<sup>۱</sup>

## چکیده

یکی از آرایه‌های بحث‌برانگیز و جذاب در علم ریاضیات، هندسه است که ارتباط تنگاتنگی با هندسه نقوش در هنر ایران دارد. همگامی کاربرد هندسه در ترسیم نقشمایه‌های پرکاربرد هندسه نقوش در آرایه‌های معماری ایرانی، آن چنان است که به نظر می‌رسد اساس هنرهای سنتی ایران بر پایه آن استوار بوده است. از جمله مهمترین نظریه‌پردازان در این حوزه، حکیم عمر خیام نیشابوری، فیلسوف و ریاضی‌دان برجسته دوره سلجوقی است. یکی از برجسته‌ترین کارهای وی را می‌توان رساله‌ای دانست که در حل معادلات درجه سوم و مطالعاتش درباره اصل پنجم اقلیدس در تاریخ علم ثبت کرده است.

این پژوهش قصد دارد با حل معادله درجه سوم که از یک قضیه هندسی خیام به دست آمده و با معرفی مسطره (خطکش)، به چگونگی ترسیم نقشمایه چهارترنج بپردازد. ترنج، از نقش‌های کهن اسلامی و ایرانی است که برای تزئین آثار به کار می‌فته است. این نقش معمولاً لوزی یا بادامی شکل و گاه چهارگوش و بیضی است و غالباً در وسط زمینه قرار می‌گرفته و داخل آن با برگ و گل و طرح‌های اسلیمی یا تصاویری از حیوان و انسان پُر می‌شده است. زمانی که این نقش چهار بار در کنار هم تکرار شود، به چهارترنج تبدیل می‌گردد. بدین منظور، هدف از پژوهش حاضر این است که با بهره‌گیری از روش توصیفی تحلیلی، به کاربرد مسطره خیام در ترسیم نقش چهارترنج بپردازد و اهمیت این نقشمایه را در تاریخ هنرهای تجسمی و کاربردی ایران و همچنین بهره‌گیری از تصویرهای چهارترنج در آرایه‌های معماری به خصوص در کاشی‌کاری شرح دهد.

**کلید واژه‌ها:** قضیه هندسی، هندسه نقوش، چهارترنج، مسطره.



نوع مقاله: پژوهشی

تاریخ دریافت:

۱۴۰۱/۰۲/۱۸

تاریخ پذیرش:

۱۴۰۱/۰۵/۱۸

Zamani\_eff@yahoo.com

<sup>۱</sup> پژوهشگر هندسه نقوش، دبیر ریاضیات اداره آموزش و پرورش استان اصفهان، اصفهان، ایران

## ۱. مقدمه

در طول تاریخ، پیوند بین ایده‌های ریاضی به‌ویژه هندسه و هنر، تجلی‌گاه روح زیباشناسی اندیشه‌های بلند انسان بوده به‌طوری‌که در جای‌جای زندگی بشر حضور داشته است. معماری ایرانی اسلامی سرشار از شاهکارهای هنری است که سرچشمه همه آنها، اندیشه‌های ریاضی، به‌ویژه هندسه بوده است. در این مقاله به حل یک معادله درجه سه مبتنی بر یک قضیه هندسی از ختیم و معرفی مسطره (خطکش) به‌دست‌آمده از آن و چگونگی ترسیم نقش چهارترنج خواهیم پرداخت.

مسطره، کارطراحان هندسه نقوش و کاشی‌کاران راجهت رسم چهارترنج بدون احتیاج از روابط هندسی و ریاضی آسان می‌کند و معرفت آن نقش مهمی در ترسیم هندسه نقوش دارد. پس از آن، به معرفت چهارترنج‌های مختلف به کار رفته در آرایه‌های معماری و کاشی‌کاری ایرانی می‌پردازیم.

## ۲. پیشینه و روش تحقیق

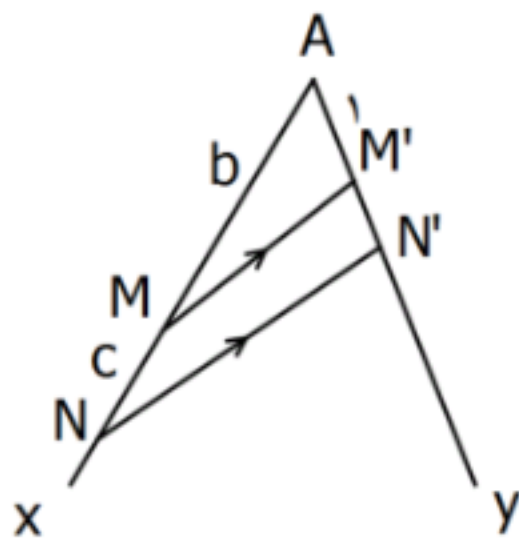
در منابع اسلامی به منزلت هندسه عملی در آموزش معماران و صنعتگران، توجه شده و علم هندسه را مبنا و اساس معماری و معمار و آجرچین را ملزم به تبعیت از آن دانسته است. فارابی در احصاء العلوم، ریاضی را به هفت رشته تخصصی حساب، علم نور، نجوم، موسیقی، علم اوزان و علم مکانیک تقسیم کرده و هر رشته را دارای دو شاخه نظری و عملی می‌داند (فارابی، ۱۳۸۹). در میان آنها، هندسه عملی با خطوط و اشکال سروکار دارد که آن را نجار بر چوب، آهنگر بر آهن، بتا بر دیوار و مساح بر زمین به کار می‌برد. فارابی نتیجه گرفته است هندسه عملی در هر حرفه‌ای کاربرد دارد.

در قدیم، آن شاخه از هندسه عملی که به پی‌ریزی و احداث بناها مربوط می‌شده، به «علم العقود الابنیه» شهرت داشته که در لغت به معنای علم «گره‌های

ساختمان» و مأخوذ از «عقد» به معنای «گره و تاق و قوس» است؛ یعنی علم عناصر معماری. ابن هیثم کتاب الابنیه و العقود (بناها و عناصر) و مقاله «فی اجاره الحفور و الابنیه بجمیع الاشکال الهندسیه» (در احداث جوی‌ها و ابنیه با همه اشکال هندسی) را به رشته تحریر درآورده است. همچنین ابوبکر کرجی<sup>۲</sup> کتاب عقود الابنیه (عناصر ابنیه) را نوشته که متأسفانه هیچ‌کدام از این کتاب‌ها در دسترس نیست و همه، مفقود شده‌اند (قیومی بیدهدی و مجتهدزاده، ۱۳۹۶). ثابت بن قره<sup>۳</sup> رساله‌ای حاوی شرحی از گنبد شلجمی (القبه المکافیه) نوشته که حائز اهمیت است. ریاضیدانانی چون ابراهیم بن سنان<sup>۴</sup>، سجزی، ابوسهل کوهی و ابن هیثم، رساله‌هایی نوشته‌اند که بعضی حاوی فصل‌هایی در قوس و گنبد است (زمانی لنجانی، ۱۳۹۵)<sup>(۳)</sup>. گویی تمرکز بیش از حد بر هندسه عملی و جایگاه آن در هنر دوران اسلامی باعث شده که نقش سایر علوم مرتبط با معماری نادیده گرفته شود. یکی از این علوم «ریاضیات» و به‌طور خاص «هندسه» است که به‌رغم پیوند آشکار آن با هنرها، تاکنون چنان‌که باید بدان توجه نکرده‌اند. این پژوهش که به روش توصیفی-تحلیلی و با شیوه گردآوری منابع کتابخانه‌ای - اسنادی به انجام رسیده، سعی دارد به ارتباط یکی از قضایای ریاضی ختیم با هندسه نقوش و به‌طور خاص نقش «چهارترنج» بپردازد.

## ۳. طرح یک قضیه ریاضی از ختیم

قبل از آن‌که به کاربرد نظرات ریاضی ختیم در هندسه نقوش بپردازیم، لازم است یک معادله از ختیم را حل کنیم و به کمک آن، طریق رسم چهارترنج را توضیح دهیم.



برای ساختن  $\frac{c}{b}$  دو نیم خط  $Ax$  و  $Ay$  را رسم می‌کنیم.  $AM$  را به اندازه  $b$  و  $MN$  را به اندازه  $c$  روی  $Ax$  جدا می‌کنیم و  $AM'$  را به اندازه واحد روی  $Ay$  جدا می‌کنیم. از  $M$  به  $M'$  وصل کرده و از  $N$  به موازات  $MM'$  می‌کشیم،  $Ay$  را در  $N'$  قطع نماید:

$$\triangle AMN \sim \triangle AM'N' \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{AM'}{M'N'} \quad \text{یا} \quad \frac{b}{c} = \frac{1}{M'N'} \Rightarrow M'N' = \frac{c}{b}$$

لذا پاره خط  $\frac{c}{b}$  به اندازه پاره خط  $M'N'$  است. ختیم معادلات درجه سوم را به طریق هندسی به کمک «هذلولی متساوی الساقین» حل کرده است. هذلولی متساوی الساقین، هذلولی است که مجانب‌های آن بر هم عمود باشند (مانند توابع هموگرافیک)، ساده‌ترین هذلولی متساوی الساقین  $y = \frac{1}{x}$  است. اگر روی هذلولی متساوی الساقین نقاطی اختیار کنیم و از آن نقاط به موازات محورهای مختصات بکشیم مساحت مستطیل‌های به دست آمده با هم برابرند.

$$S_{AMON} = S_{BPOQ}$$

از این خاصیت ختیم در رسم هذلولی برای حل معادله درجه سوم خود استفاده می‌کند. پس اگر مجانب‌های یک هذلولی متساوی الساقین و یک نقطه از هذلولی را داشته باشیم می‌توانیم هذلولی را رسم کنیم.

$$x^3 + bx = ax^2 + c$$

$a$  و  $b$  و  $c$  پاره‌خطاند و  $a > c$  فرض کنید

$$b = b'^2$$

$$c = b'^2 \times c'$$

لذا معادله به صورت مقابل درمی‌آید:

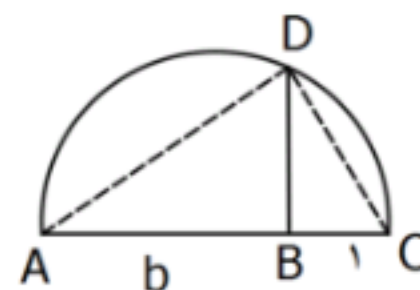
$$x^3 + b'^2 x = ax^2 + b'^2 c'$$

$x^2$  مکعبی است به ضلع  $x$  و  $b'^2 x$  مکعب مستطیلی است به قاعده مربع به ضلع  $b'$  و ارتفاع  $x$   $ax^2$  مکعب مستطیلی است به قاعده مربع به ضلع  $x$  و ارتفاع  $a$  و  $b'^2 c'$  مکعب مستطیلی است به قاعده مربع به ضلع  $b'$  و ارتفاع  $c'$ .

ختیم پاره خط  $x$  را چنان می‌یابد که مجموع حجم‌های دو مکعب مستطیل سمت چپ تساوی با مجموع حجم‌های دو مکعب مستطیل سمت راست برابر باشد.

$$b = b'^2 \Rightarrow b' = \sqrt{b}$$

$$c = b'^2 c' = bc' \Rightarrow c' = \frac{c}{b}$$



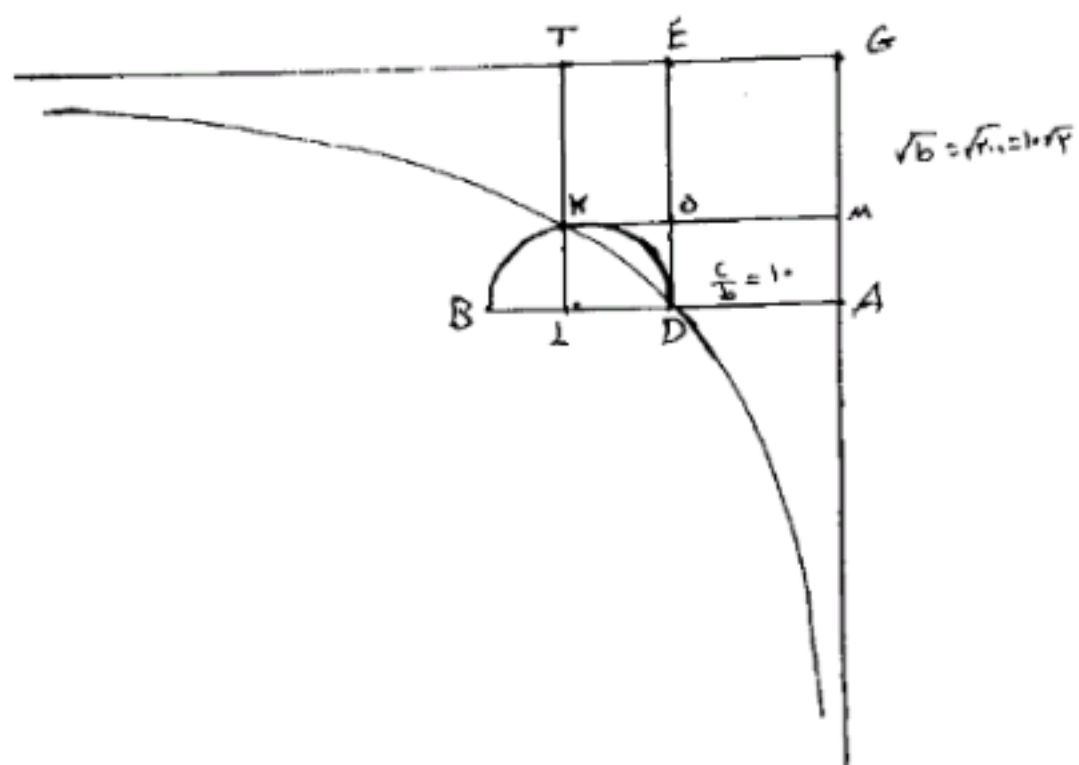
حال  $\sqrt{b}$  و  $\frac{c}{b}$  را می‌سازیم:

برای ساختن  $\sqrt{b}$ ، پاره خط معلوم  $AB = b$  را رسم کرده و در امتداد آن به اندازه 1 واحد جدا می‌کنیم  $BC = 1$  است زیرا از  $D$  به  $A$  و  $C$  وصل می‌کنیم در مثلث قائم الزاویه  $ADC$  داریم:

$$DB^2 = b \times 1 \Rightarrow DB = \sqrt{b}$$



حل معادله  $X^3 + 200x = 20x^2 + 2000$

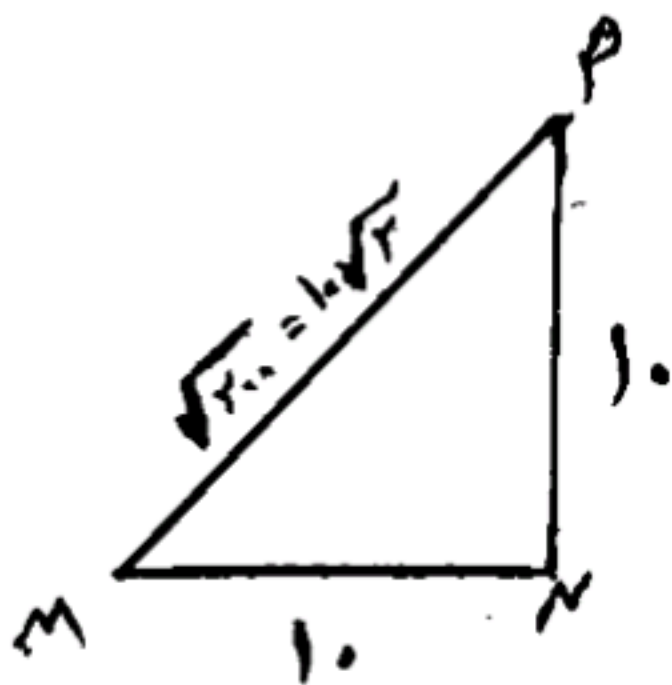


$$b=200 \quad AD = \frac{c}{b} = \frac{2000}{200} = 10$$

$$a=20 \quad AG = \sqrt{b} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$x = AL$$

$$AG = MP = 10\sqrt{2}$$



حل معادله به روش جبری:

$$x = 10t$$

از حل این معادله:

$$t = 1.54 \text{ لذا } x = 10t = 15.4$$

### ۳-۲. کاربرد قضیه هندسی ختیم در ترسیم نقش چهارترنج

در به کارگیری قضیه هندسی ختیم در طراحی نقوش

هندسی، ترسیم مثلث قائم الزاویه ABG مورد نیاز است

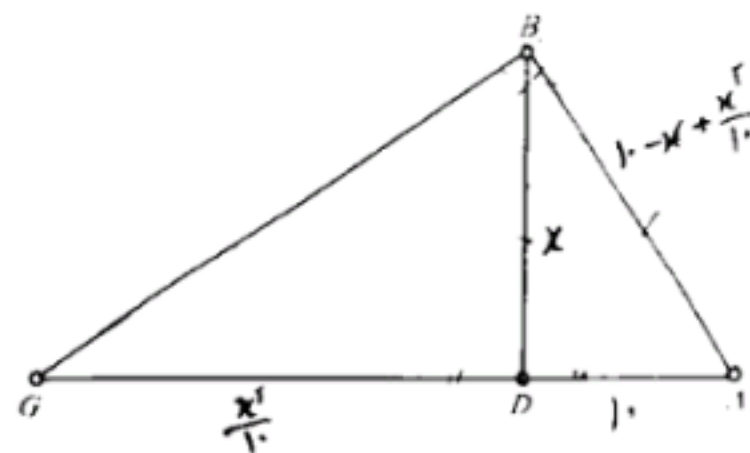
که در آن وتر با مجموع ضلع کوچک تر و ارتفاع وارد بر وتر

برابر است (هوخندایک، ۱۳۷۷).

$$AG = AB + BD$$

حل معادله:

ختیم فرض می کند  $AD = 10$  و  $BD = x$  باشد



$$\Delta ADB \sim \Delta DBG \rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{GD} \rightarrow \frac{10}{x} = \frac{x}{GD} \rightarrow GD = \frac{x^2}{10}$$

$$AB + BD = AD + GD$$

$$AB +$$

$$x^2$$

$$AB = 10 + \frac{x^2}{10} - x$$

$$\Delta DBG: GB^2 = x^2 + \left(\frac{x^2}{10}\right)^2 = x^2 + \frac{x^4}{100}$$

$$\Delta ABG: GA^2 = BG^2 + AB^2$$

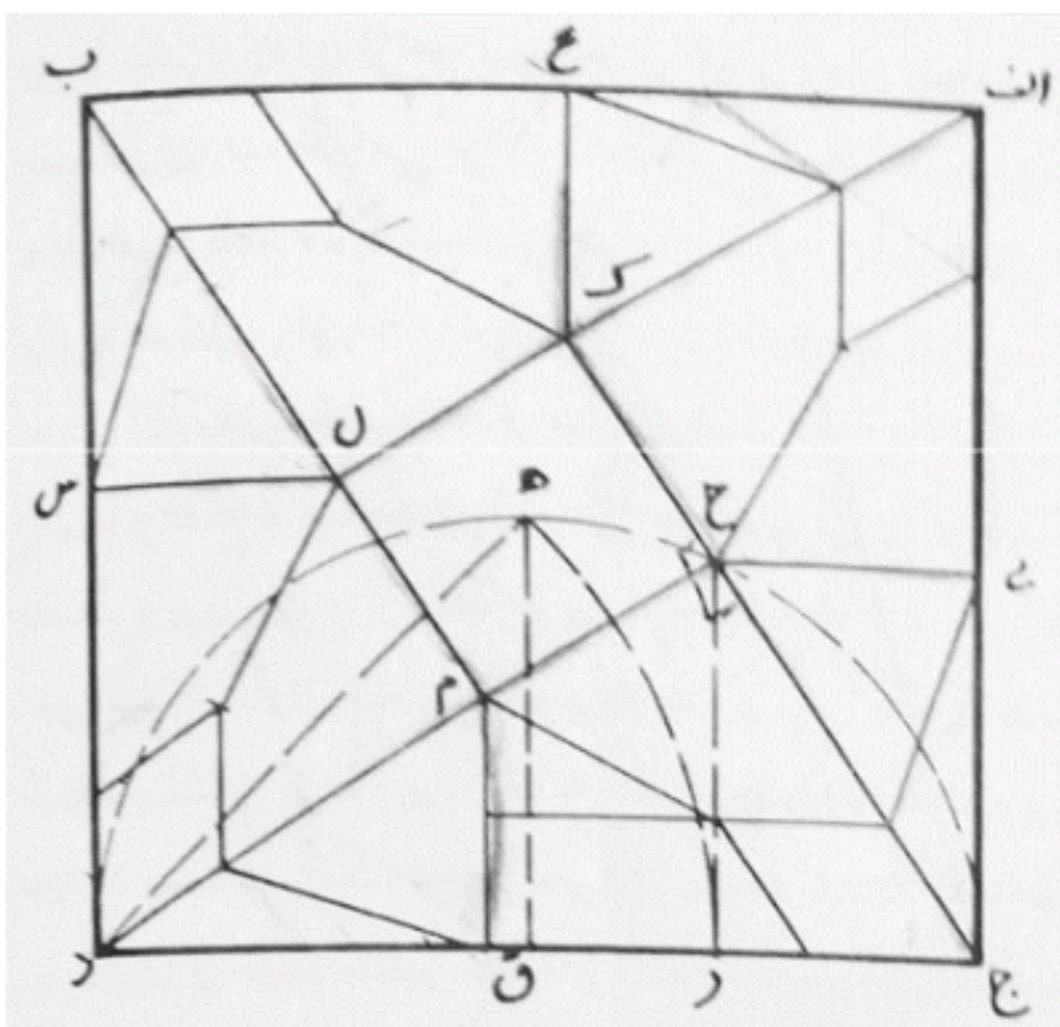
$$\left(\frac{x^2}{10} + 10\right)^2 = x^2 + \frac{x^4}{100} + \left(10 - x + \frac{x^2}{10}\right)^2$$

$$\frac{x^4}{100} - \frac{x^2}{5} + 2x^2 = \frac{x^4}{5} + 20x = 0$$

$$x^3 + 200x = 20x^2 + 2000$$

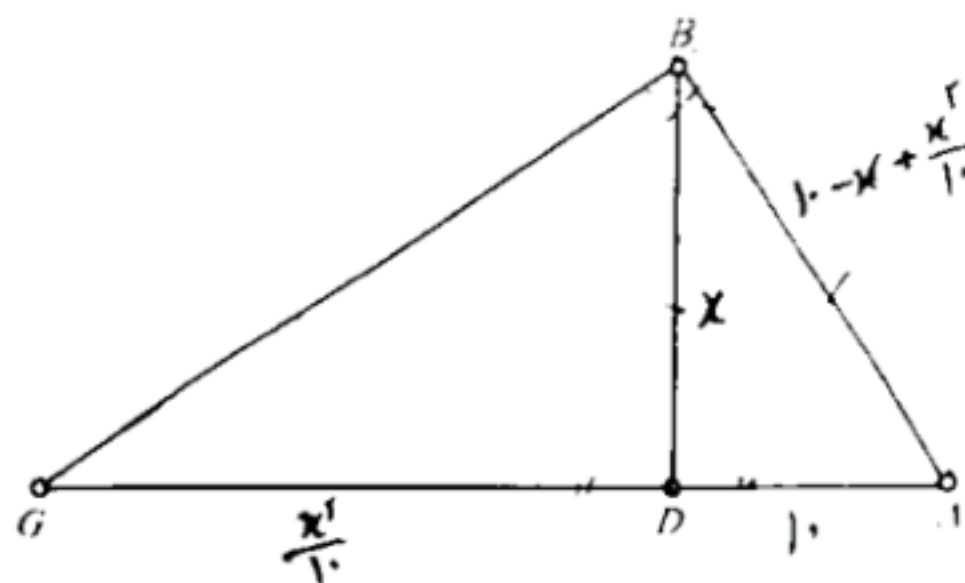
$$x^3 + bx = ax^2 + c$$

بر ضلع «ا ب» از مربع باشد و امتداد زاویه قائمه خطکش از نقطه «ر» محل تلاقی قوس «ه ر» به شعاع «د ه» و به مرکز «د» با خط «ج د» بگذرد نقطه «ح» به دست آید (نقطه «ه» وسط قوس «د ه» است). به عبارت دیگر، هرگاه به شعاع «د ه» قوسی رسم کنیم تا ضلع «ج د» را در نقطه «ر» قطع نماید و از آن نقطه خط عمود «ر ح» را بکشیم تا با نیم‌دایره در نقطه تلاقی «ح» تلاقی کند، نقطه «ح» نقطه مطلوب است.



تصویر ۱. طریقه رسم چهارضلعی‌های صنوبری (مأخذ: نگارنده)

**اصل:** نسبت این گره از مخروطات است و با آلتی که به خطکش گونیا موسوم است، می‌توان آن را کشید. این آلت است که بسیاری از گره‌های مشکل مخروطاتی را با آن می‌توان رسم کرد. این حالت استنباط نویسنده است که بتوان خطکشی مانند «عصاده اسطرلاب» ساخت و بر وسط آن خطکش قائمه مانند «سهم عصاده اسطرلاب زورقی» درست کرد. این آلت را خطکش گونیا خوانند، مانند خطکش گونیای «اب ج د» که از آن خطکش «ا ب» و قائمه «ج د» باشد و باید که از خطکش طرف «ا ب» و همین‌طور از قائمه طرف «ج د» منحرف باشد، چون انحراف عصاده مجیب و از قائمه خط «ج د» بر روی عصاده



$$x^3 - 20x^2 + 200x - 2000 = 0$$

$$1000t^3 - 2000t^2 + 2000t - 2000 = 0$$

$$t^3 - 2t^2 + 2t - 2 = 0$$

$$GD = \frac{x^2}{10} = \frac{15.4^2}{10} = 23.71$$

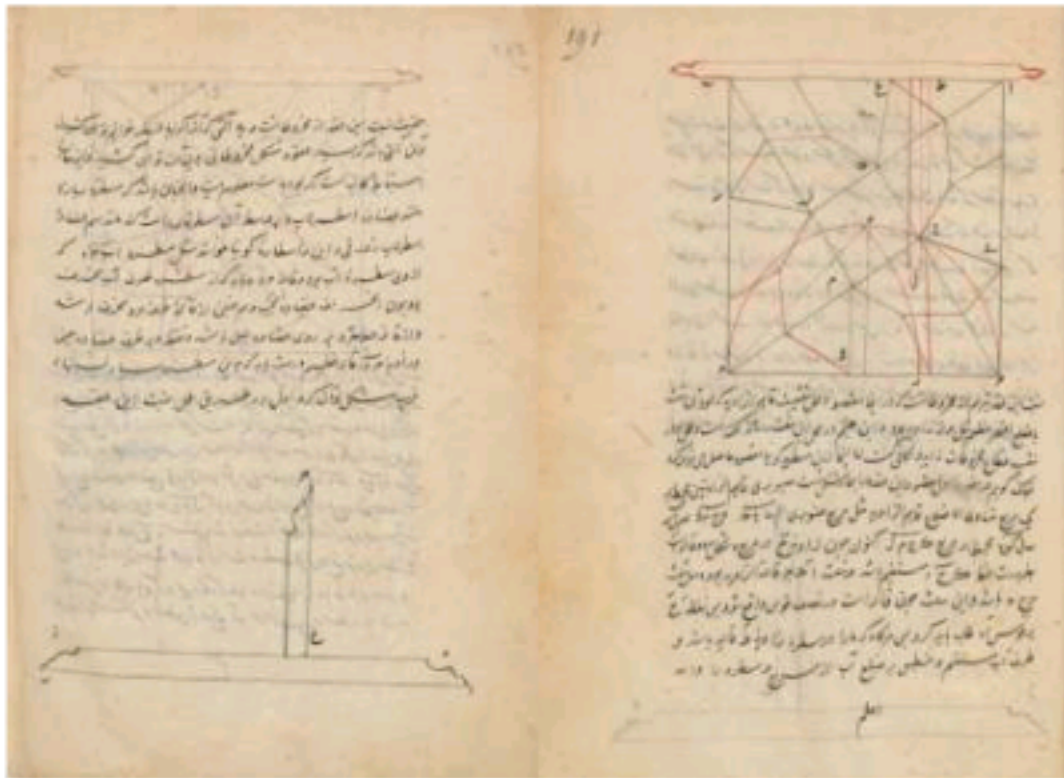
G

$$GA = GD + DA = 23.71 + 10 = 33.71$$

$$AB = 10 + \frac{x^2}{10} - x = 33.71 - 15.4 = 18.31$$

$$AB + BD = 18.31 + 15.4 = 33.71 = GA$$

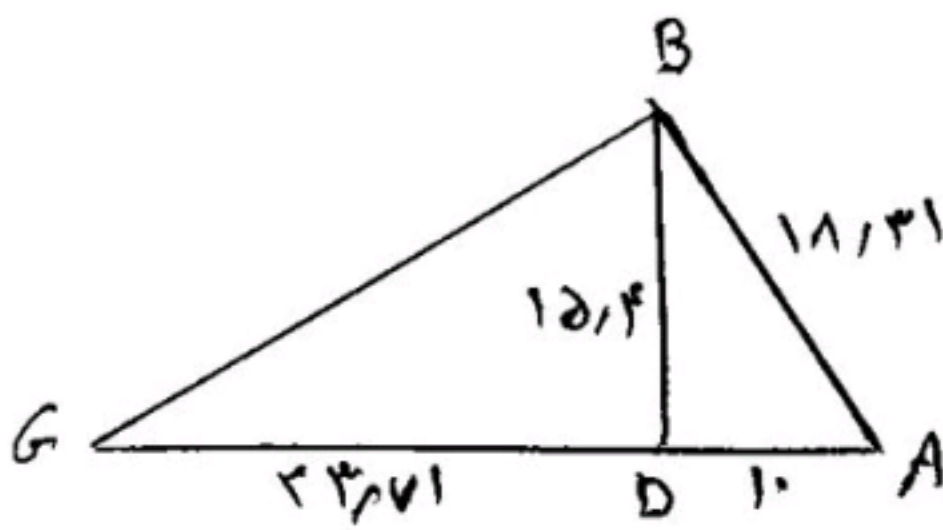
با استفاده از خطکش گونیا، این گره به دست می‌آید. مقصود از این گره، به دست آوردن چهار شکل صنوبری قائم الزاویین (با دو زاویه قائمه) است که بر یک چهارضلعی متساوی‌الاضلاع قائم‌الزاویه محیط باشند. مانند چهارضلعی‌های صنوبری «ای ح ک»، «ج ح م ق»، «دم ل س»، «ب ل ک ع» که محیط بر مربع «ک ح م ل» هستند. حال همان‌طور که در شکل دیده می‌شود چون زاویه «ح» در مربع وسط و شکل صنوبری هر دو قائمه است، به‌ضرورت خط «ک ح ج» مستقیم و مثلث «ج ح د» قائم‌الزاویه است و در نتیجه رأس قائمه آن روی نیم دایره‌ای به قطر «ج د» قرار دارد. لذا نقطه «ح» را روی قوس «ج د» باید جست‌وجو کرد. پس هرگاه در روی خطکش زاویه «ط» قائمه و طرف «ا ب» مستقیم باشد، چنانچه این خطکش را طوری قرار دهیم که طرف «ا ب» منطبق



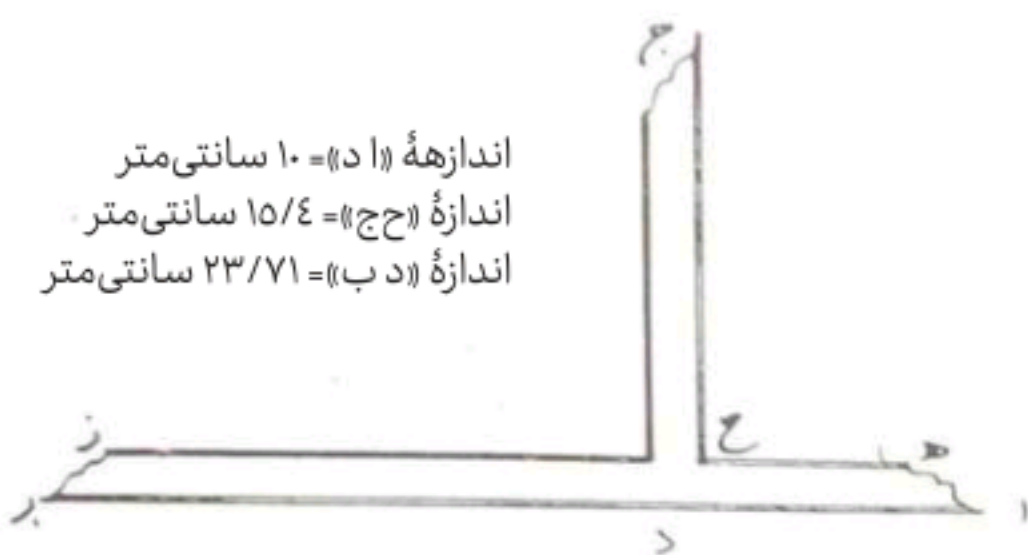
تصویر ۳. طریقه رسم چهارترنج در نسخه‌ای بی‌نام / (هوخندایک، ۱۳۷۷).

### ۴-۳. مسطره

همان‌طور که پیش‌تر ذکر شد، مسطره نوعی خط‌کش است که کار طراحان و کاشی‌کاران را جهت رسم چهارترنج بدون احتیاج از روابط هندسی و ریاضی آسان می‌کند و نقش مهمی در ترسیم هندسه نقوش دارد. از روی تصویر (۴) که از حل معادله درجه سوم ختیم به دست آمده، مسطره مربوط ساخته می‌شود (تصویر ۵).



تصویر ۴. ترسیم مثلث GBA جهت ساخت مسطره (مأخذ: نگارنده)

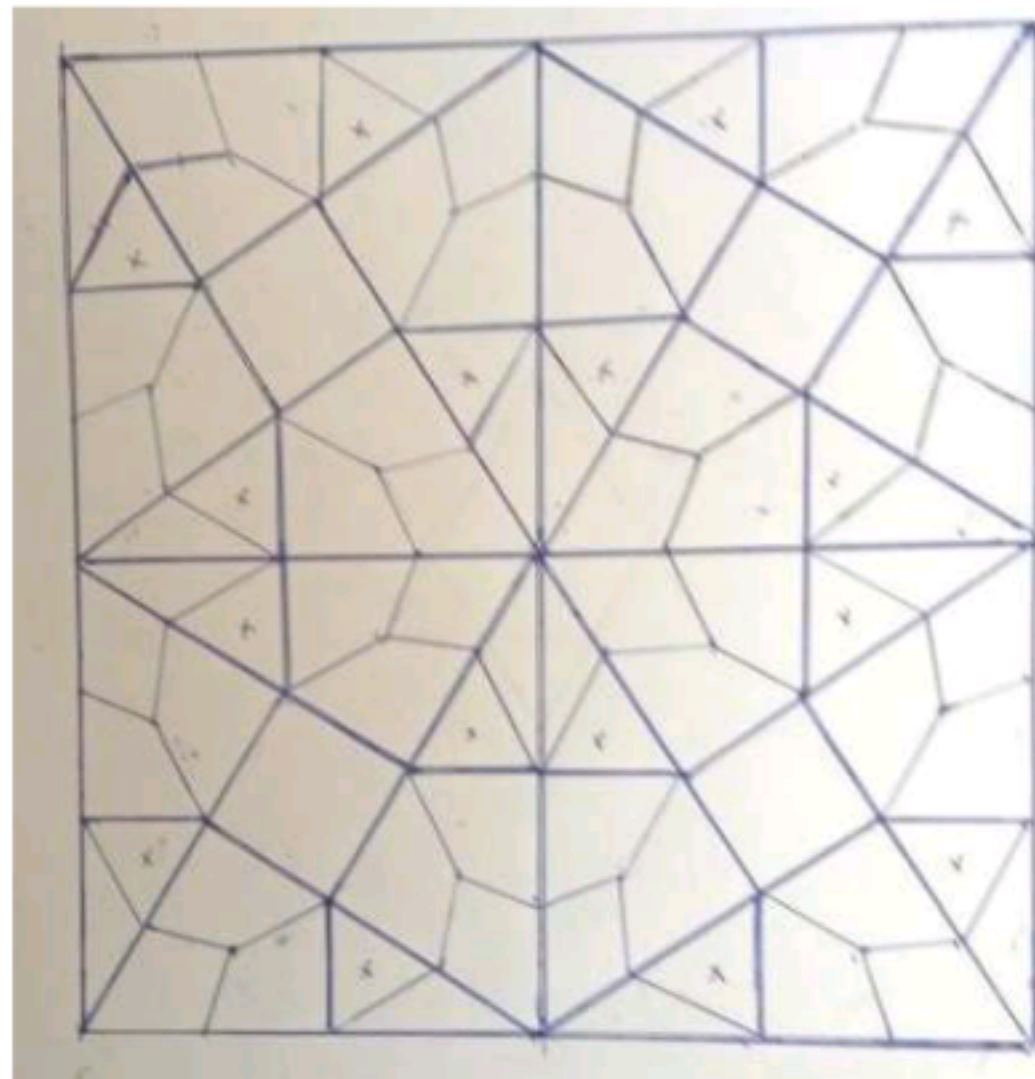


اندازه «د» = ۱۰ سانتی‌متر  
اندازه «ج» = ۱۵/۴ سانتی‌متر  
اندازه «ب» = ۲۳/۷۱ سانتی‌متر

تصویر ۵. مسطره (مأخذ: نگارنده)

بین باشد و نقطه «د» بر طرف عضاده معین و زاویه «جدا» قائمه دقیقاً درست باشد. با این خط‌کش بسیاری از نسبت‌های غریب و مشکل را می‌توان کشید (بوزجانی، ۱۳۷۶).

از تکرار شکل کتاب هندسه ایرانی نقش زیر به دست می‌آید که ستاره شش پر آن منتظم نیست و علاوه بر آن غیر از چهارترنج‌ها دارای مثلث‌هایی است (تصویر ۲).



تصویر ۲. طریقه رسم ستاره شش پر غیر منتظم (مأخذ: نگارنده)

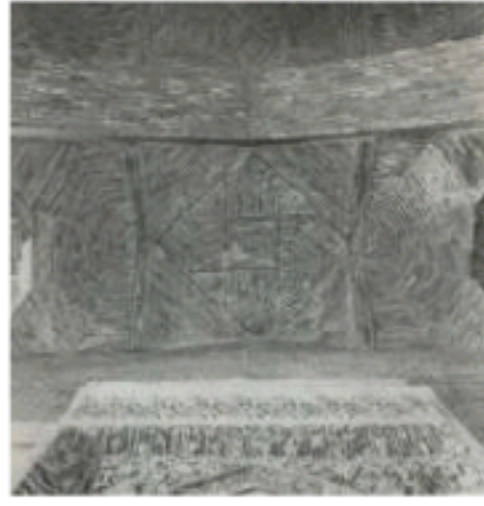
### ۳-۳. ترسیم ترنج به استناد دو صفحه از نسخه‌ای بی‌نام

در این شکل ترنج «اک ج ح» قائمه است ولی زاویه «ای ج» قائمه نیست و در ترنج «ب رک ع» زاویه «ب ع ک» قائمه نیست و در ترنج «د ر ز م» زاویه «د ر ز» قائمه نیست. در صورتی‌که در متن آمده مقصود این عقده چهار شکل است. صنوبری قائم الزاویتین محیط بر یک مربع متساوی‌الاضلاع قائم‌الزاویه و فقط از مربع وسط و چهار صنوبر (ترنج) نام برده ولی در شکل، علاوه بر ترنج‌ها، چهار مثلث «ب ر ز»، «م و د»، «ح ی ج» و «ک ع ا» وجود دارد که نامی از آن‌ها برده نشده است، لذا حدس زنده‌اند شاید کاتب نسخه، شکل را اشتباه رسم کرده باشد (تصویر ۳).

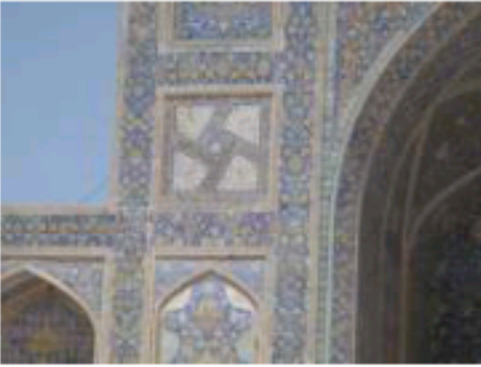




تصویر ۹. نقش چهارترنج (مسجد جامع اصفهان) (مأخذ: نگارنده)



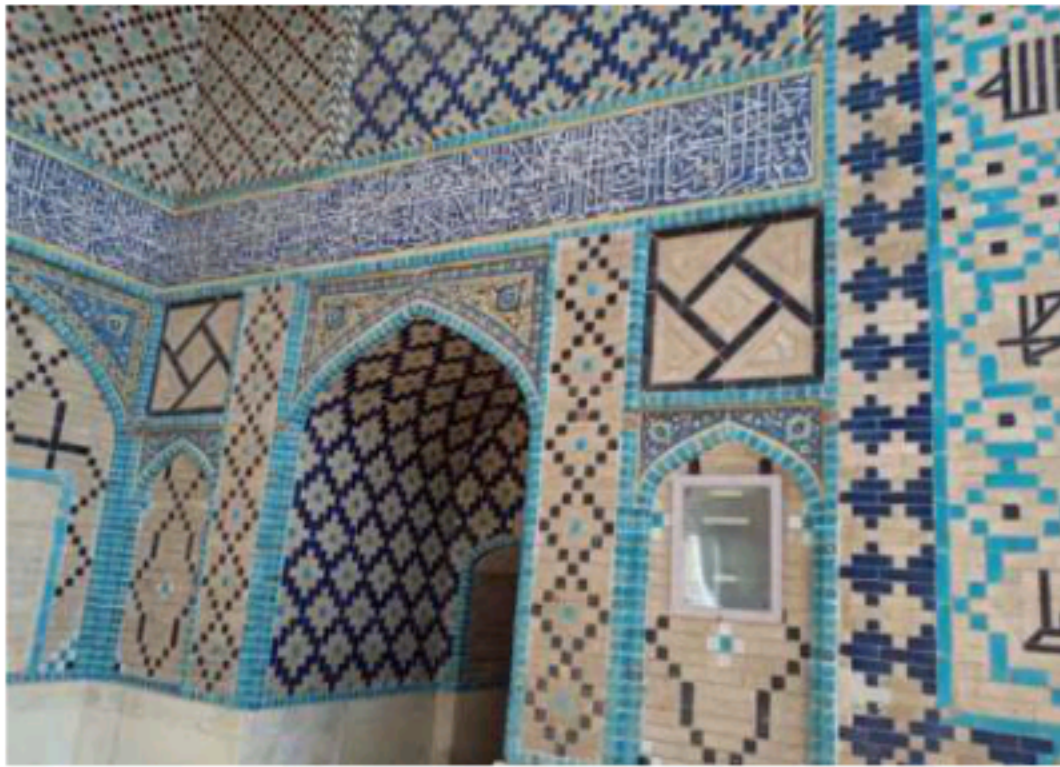
تصویر ۸. تاق آجری شبستان شمالی در مسجد جامع اصفهان (مأخذ: نگارنده)



تصویر ۱۱. مسجد جامع عباسی (اصفهان) (مأخذ: نگارنده)



تصویر ۱۰. مسجد شیخ لطف‌الله (اصفهان) (مأخذ: نگارنده)



تصویر ۱۲. مسجد جامع سنندج (مأخذ: نگارنده)

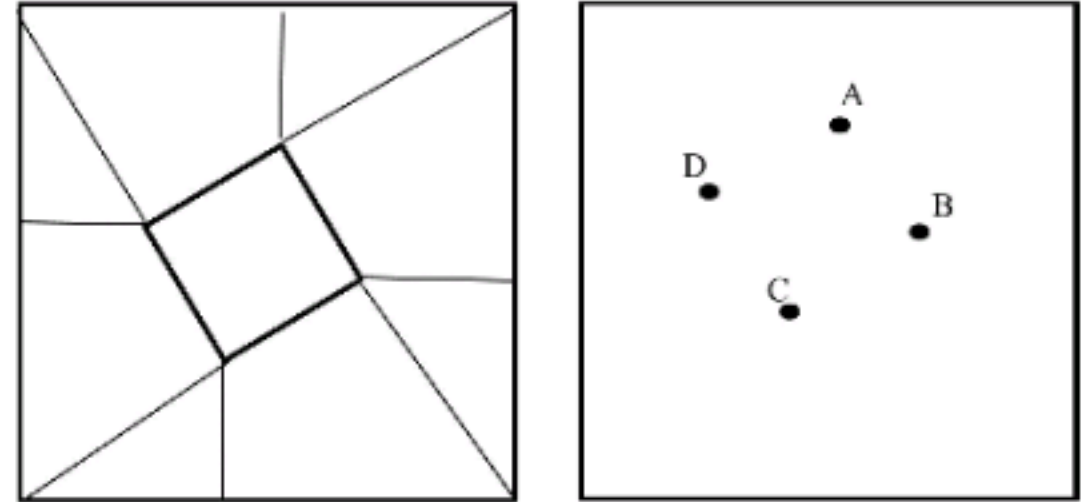
### ۳-۵. اهمیت محتوایی نقش چهارترنج

#### الف: نماد چهارعنصر:

این نقش به‌عنوان نماد چهارعنصر در تاریخ هنر ایران شناخته‌شده و در قدیم نماد عناصر آب، خاک، آتش و باد بوده است:

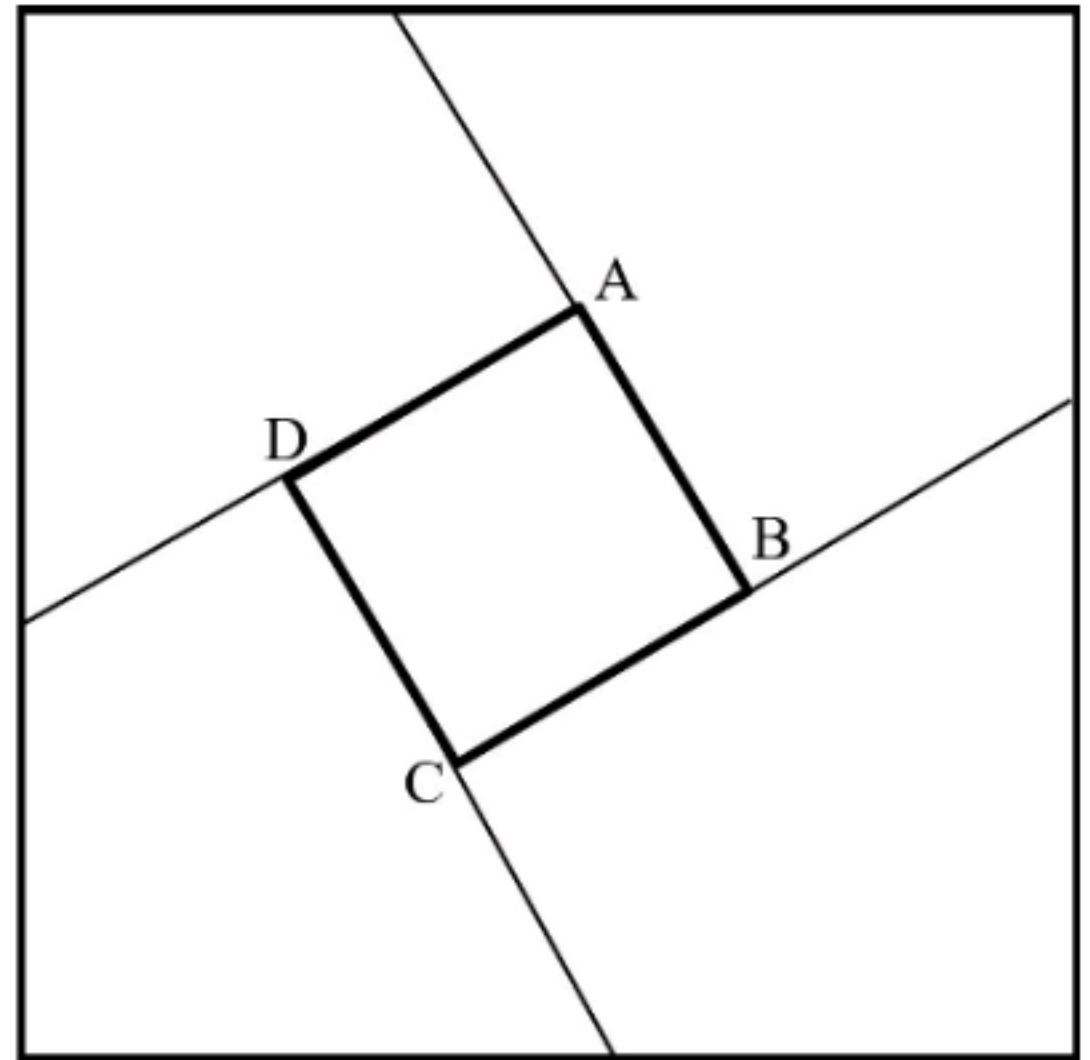
- تالس (آب)
- هراکلیت (آتش)

اگر مسطره را روی هر یک از ضلع‌های مربع قرار دهیم و در نقطه «ج» علامت بگذاریم، چهار نقطه داخل مربع به شکل زیر به دست می‌آید (تصویر ۶).



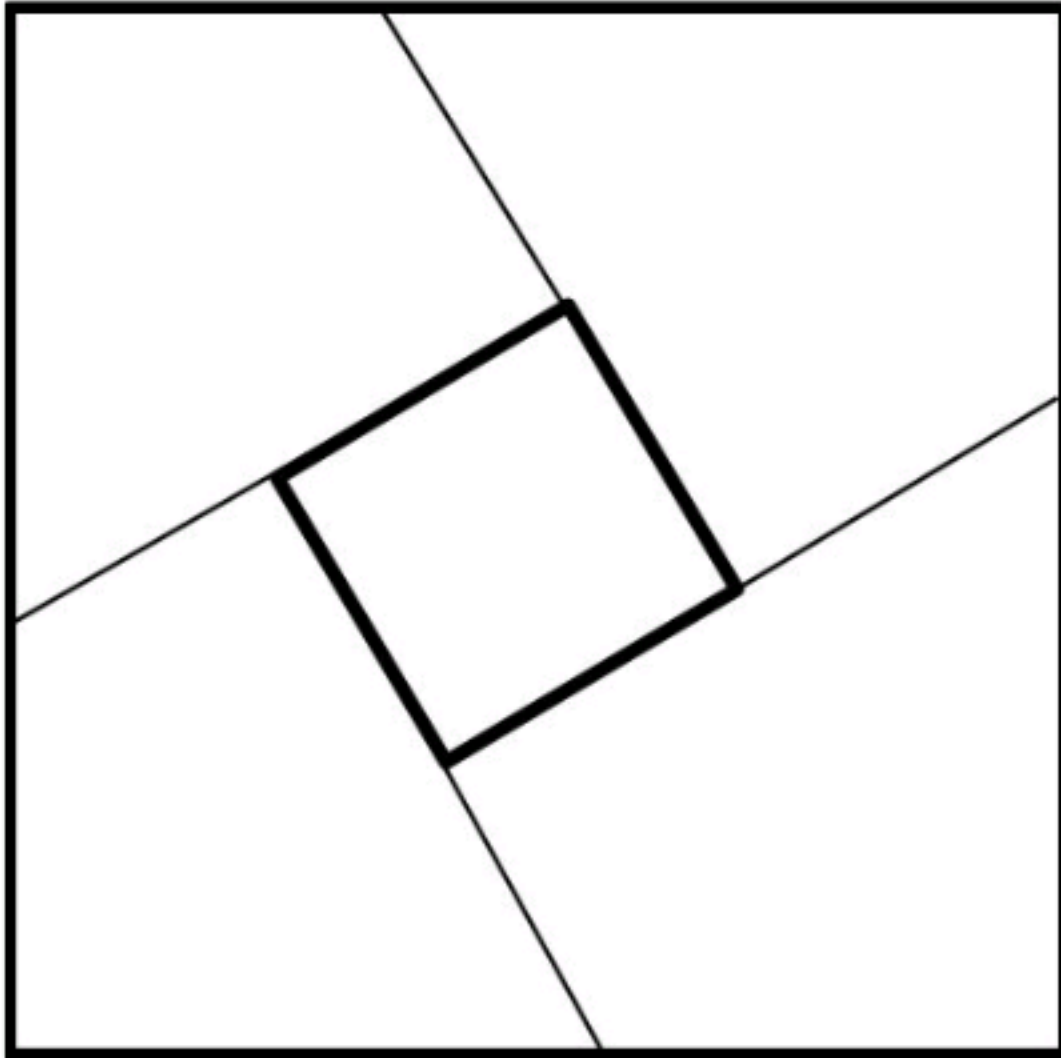
تصویر ۶. طریقه رسم چهارترنج بر طبق نسخه ناشناخته

اگر اضلاع مربع ABCD را مطابق شکل زیر (تصویر ۷) امتداد دهیم نقش چهارترنج به دست می‌آید که دارای مثلث‌های اضافی نیست و این چهارترنج در معماری و کاشی‌کاری‌ها زیاد یافت می‌شود.

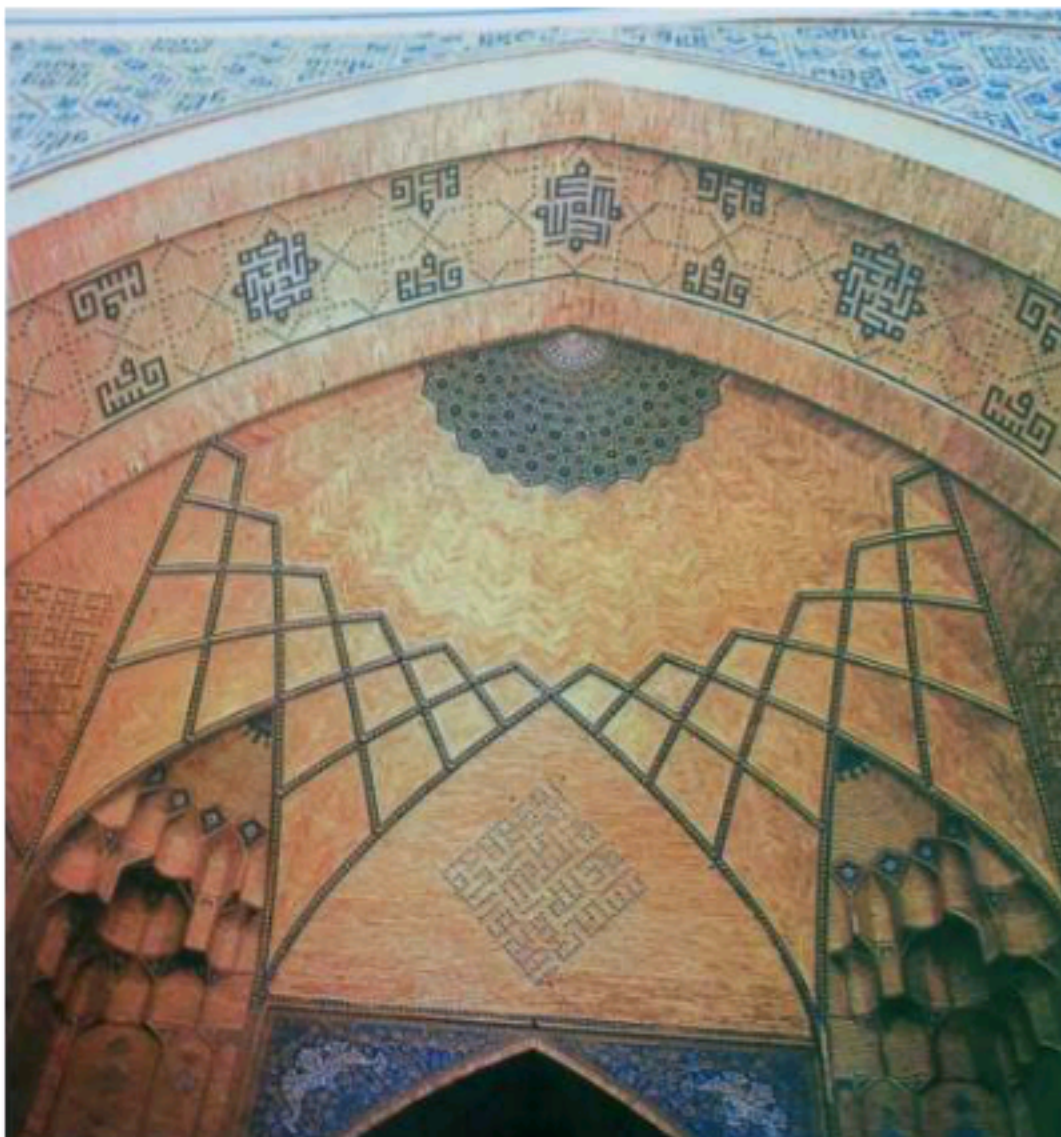


تصویر ۷. چهارترنج (مأخذ: نگارنده)

ریاضیدانان و کاشی‌کاران در قرون بعد آن را ساده‌تر رسم کردند و در دوران صفویه خلاقیت‌های زیادی در آن به کار بردند (تصاویر ۸ تا ۱۲).

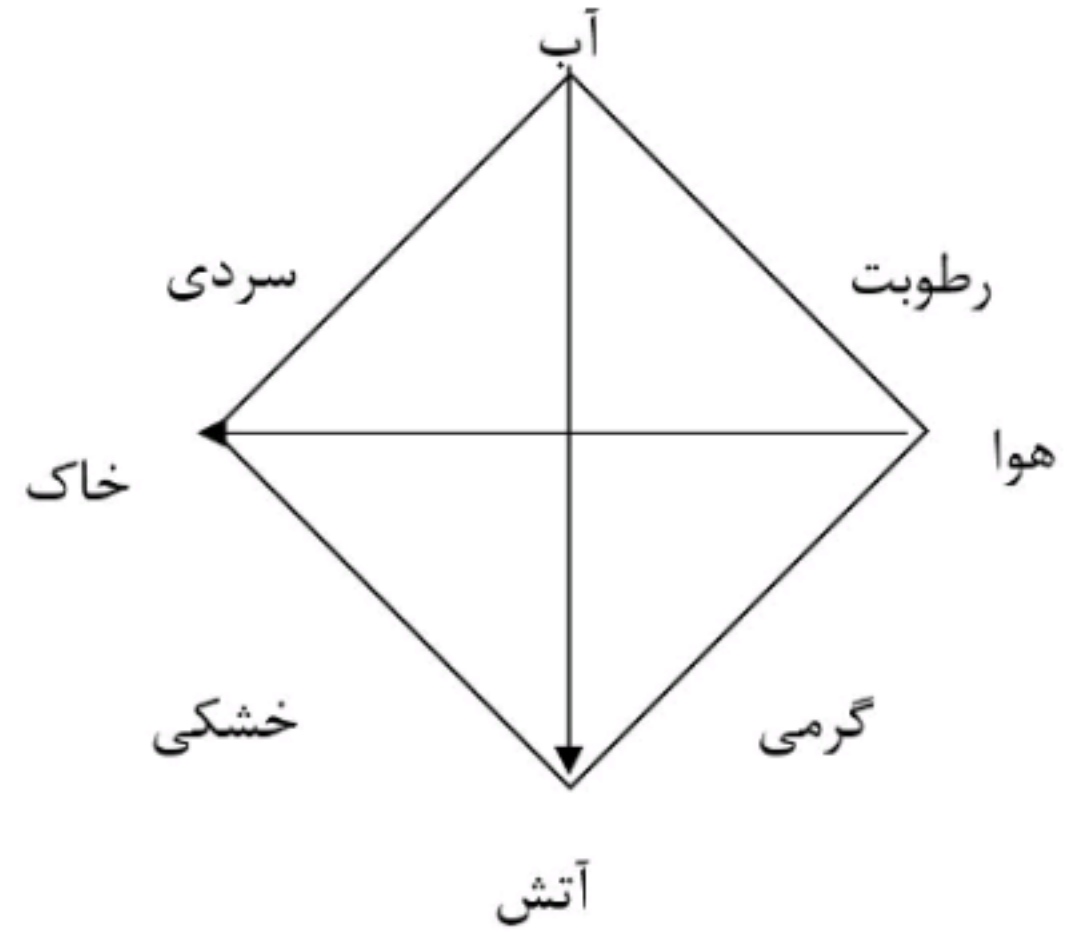


تصویر ۱۴. چهار بخش نقش مایه چهارترنج (مأخذ: نگارنده)



تصویر ۱۵. مسجد حکیم اصفهان (مأخذ: نگارنده)

- آناکسیمندروس (هوا)
- امپدوکلس (سه نظریه فوق + خاک)
- ارسطو



تصویر ۱۳. نماد چهارعنصر و طبایع (مأخذ: نگارنده)

خیام نیز در مورد چهارعنصر (آب، هوا، آتش و خاک) و طبایع (رطوبت، گرمی، خشکی و سردی) چنین می‌فرماید:

ترکیب طبایع چو به کام تودمی است  
 رو شاد بزی اگرچه بر تو ستمی است  
 با اهل خرد باش، که اصل من و تو  
 گردی و نسیمی و شراری و نمی است

**ب: نماد همبستگی و اتحاد:**

نقش چهارترنج نماد همبستگی و اتحاد و نور است که نمونه بارز آن در مسجد حکیم اصفهان قابل مشاهده است (تصویر ۱۵).

#### ۴. نتیجه

این پژوهش بر آن بود تا با استناد بر کاربرد یکی از قضیه‌های هندسی ختیم در ترسیم نقش چهارترنج، این نکته را اثبات نماید که هندسه یکی از درون‌مایه‌های اصلی هنرهای ایرانی بوده است. محاسبات ریاضی با موضوع هندسه و مقوله مهندسی و ساخت بنا و ارائه طرح برای ساخت فضای کالبدی و یا تزیینات داخلی و بیرونی آن، آمیختگی و ارتباط غیرقابل‌انکاری داشته است. به همین جهت است که برخی محققان و اندیشمندان بر این باورند که هنر و معماری ایرانی، یکی از انگیزه‌های پیشرفت و مطالعه علم هندسه بوده است. برخی بزرگان علم ریاضی، همچون حکیم عمر ختیم نیشابوری، معادلاتی را در ریاضی به‌کاربرده‌اند که نشان می‌دهد از دیرباز، اهمیت محاسبه و هندسه و نقشی که در زیباسازی و انواع آرایه‌های معماری دارد، مورد توجه بوده است.

#### پی‌نوشت‌ها

۱. فیزیک‌دان و ریاضی‌دان قرن چهارم ه.ق
۲. ریاضی‌دان ایرانی، متوفی حدود ۴۲۰ ه.ق
۳. ریاضی‌دان و منجم و پزشک، قرن سوم ه.ق
۴. ریاضی‌دان، منجم و پزشک، قرن چهارم ه.ق

#### کتاب‌نامه

- ۱- فارابی. (۱۳۸۹)، احصاء العلوم، ترجمه حسین خدیوچم. تهران: انتشارات علمی و فرهنگی.
- ۲- قیومی بیدهندی، م.، و مجتهدزاده، ر.ا. (۱۳۹۶). «علم عقود ابنیه: کلیدی برای فهم نسبت علم و معماری در جهان اسلام». مجله تاریخ علم، ۱۵ (۲)، صص ۲۳۲-۲۰۷.
- ۳- زمانی لنجانی، ا. (۱۳۹۵). هندسه در هنر معماری و کاربرد آن در آموزش ریاضی. اصفهان: سازمان فرهنگی تفریحی شهرداری اصفهان.
- ۴- هوخندایک، یان. پ. (۱۳۷۷). «پژوهش‌های اخیر پیرامون تاریخ ریاضیات و نجوم در تمدن اسلامی (قرن‌های دوم تا نهم هجری)». ترجمه محمد باقری. نشر ریاضی، ۹ (۲)، صص ۴۸-۴۹.
- ۵- بوزجانی. (۱۳۷۶). هندسه ایرانی. برگردان متن و گردآوری ضمیمه: سید علیرضا جذبی. تهران: انتشارات صدا و سیما جمهوری اسلامی.

